

一种开阔自由凹曲面五坐标加工多点刀位算法

樊文刚, 王小椿, 姜虹, 蔡永林

(北京交通大学机械与电子控制工程学院, 100044, 北京)

摘要: 为了采用圆环面刀具加工开阔自由凹曲面, 提出了一种简单快速的五坐标多点刀位算法. 通过构造等距面, 圆环面刀具的圆环面与理想曲面的相对关系可以等效为刀具环心圆曲线与等距面的相对关系. 在等距面上构造偏置距离等于最大允许残余高度的新等距面, 建立在新等距面一点处由法矢量和最小、最大主曲率方向矢量确定的局部坐标系, 通过坐标变换得到空间坐标系下刀具环心圆曲线的参数方程. 利用改进的求曲线曲面最小距离算法, 得到不同刀位下刀具与新等距面的干涉量, 当干涉量满足精度要求时停止调整刀轴, 可以得到最优刀位. 算例显示, 新多点刀位算法不仅可以产生大的有效切削宽度, 而且比以往的多点刀位算法具有更高的计算效率.

关键词: 五坐标; 多点加工; 刀位; 自由凹曲面

中图分类号: TP391 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2010)09-0069-05

Multi-Point Tool Positioning Strategy for Five-Axis Machining of Open Sculptured Concave Surfaces

FAN Wengang, WANG Xiaochun, JIANG Hong, CAI Yonglin

(School of Mechanical and Electronic Control Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: For open sculptured concave surface machining by the toroidal cutter, a new simple and fast five-axis multi-point tool positioning strategy was presented. Constructing the offset surface, the relative location relationship between the toroidal surface of toroidal cutter and the design surface got equivalent to the relation between the circular curve of toroidal cutter and the offset surface. Then a new offset surface based on the first offset surface was formed, where the offset distance was equal to the allowed maximum scallop height. As the local coordinate system for the point on the new offset surface was determined by the normal direction, the minimum direction and the maximum direction of curvature, the parametric equation of circular curve in the space coordinate was easily obtained by coordinate transformation. With the improved algorithm for computing the minimum distance between curve and surface, the interference between the circular curve and the new offset surface for each tool axis was calculated, which was finished when the interference satisfied the required precision, thus the best tool position was achieved. An example shows that the new multi-point tool positioning strategy enables to produce enough effective cutting width with higher computing efficiency than the existing multi-point tool positioning strategies.

Keywords: five-axis; multi-point machining; tool positioning; sculptured concave surface

五坐标数控铣削技术在自由曲面加工中的应用越来越广泛, 而刀位算法一直是该领域的研究重点. 刀位算法被用来确定刀具相对于理想曲面的位置,

目的是使刀具与理想曲面在不发生过切的条件下从工件中切除尽可能多的材料. 几种早期的典型刀位算法如刀轴倾斜法、主曲率匹配法^[1-2]、密切曲率

法^[3-4]等都可以归结为单点刀位算法,即认为刀具与曲面的切触点只有1个,而刀具下的曲面仅用1个切触点处的几何信息来代替.为了改进刀具与曲面的几何匹配,提出了几种基于多点切触思想的刀位算法如MPM(Multi-Point Machining)算法^[5-8]、Hermite算法^[9]、割线法^[10]等,尽管与单点刀位算法相比,多点刀位算法能够产生更大的有效切削宽度,从而提高实际加工效率,但其刀位的计算时间却远远大于单点刀位算法.基于此,本文提出了一种新的简单快速的多点刀位算法,并通过1个计算例子验证了算法的正确性和计算效率.

1 算法原理

本文提出的算法适用于圆环面刀具加工开阔自由凹曲面,曲面上所有点的曲率最大值必须满足

$$k_{\max} < \frac{1}{R+r} \quad (1)$$

式中: R 和 r 分别代表圆环面刀具的环心圆曲线半径和圆角小半径.如图1所示,构造距离为 r 的等距面 S_1 ,则圆环面刀具与原始曲面 S 的相对关系可以等效为刀具环心圆曲线与 S_1 的相对关系. S_2 是相对于 S_1 且距离为 h 的等距面,其中 h 为曲面精加工后允许的最大残余高度.算法实现的主要步骤如下.

步骤1 由 S_2 上的 P 、 $\lambda_{\min}$ 、 $\lambda_{\max}$ 和 $\mathbf{n}$ 可以确定局部直角坐标系,根据空间几何知识得到刀具环心圆曲线在该局部坐标系中的参数方程.

步骤2 根据坐标变换求出刀具环心圆曲线在空间坐标系中的参数方程.

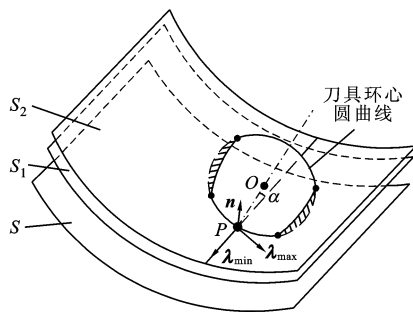
步骤3 给定 α 一个初值,以保证刀具环心圆曲线与 S_2 不会发生干涉,不断减小 α ,并在每个角度位置根据空间曲线曲面最小距离算法求出刀具环心圆曲线对 S_2 的最大干涉量.当最大干涉量在精度范围内接近于 h 且不大于 h (不能过切)时,停止调整 α ,并求得刀位.

在本算法中,2个切触点是隐性存在的,当刀具环心圆曲线与 S_2 的干涉量满足要求时,理论上刀具环心圆曲线与 S_1 正好产生切触,此时在最小主曲率方向两侧的干涉区域内干涉量最大的两点即为刀具环心圆曲线与 S_1 的2个初始切触点.

2 刀具环心圆曲线的参数方程

2.1 在局部坐标系下的参数方程

图1中球心 O 点的坐标为 $(-R\cos\alpha, 0, R\sin\alpha)$,所对应的球面参数方程为



P : S_2 上的点; O : 刀具环心圆曲线圆心; $\lambda_{\min}$: 最小主曲率方向矢量; $\lambda_{\max}$: 最大主曲率方向矢量; $\mathbf{n}$: 法矢量; α : 角度

图1 算法示意图

$$\left. \begin{aligned} x &= -R\cos\varphi\cos\theta - R\sin\alpha \\ y &= R\cos\varphi\sin\theta + 0 \\ z &= R\sin\varphi + R\sin\alpha \\ \varphi &\in [-\pi/2, \pi/2]; \theta \in [-\pi, \pi] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

局部坐标系下的平面一般性方程可以表示为

$$x\sin\alpha + z\cos\alpha = 0 \quad (3)$$

将式(2)代入式(3)中,简化可以得到

$$\tan\varphi = -\cos\theta\tan\alpha \quad (4)$$

将式(4)求得的 $\sin\varphi$ 、 $\cos\varphi$ 代入到式(2)球面方程中,可以得到局部坐标系下刀具环心圆曲线的矩阵形式为

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_p(\theta) = & \begin{bmatrix} \frac{R\cos\theta}{(1+\cos^2\theta\tan^2\alpha)^{1/2}} - R\cos\alpha \\ \frac{R\sin\theta}{(1+\cos^2\theta\tan^2\alpha)^{1/2}} \\ \frac{-R\cos\theta\tan\alpha}{(1+\cos^2\theta\tan^2\alpha)^{1/2}} + R\sin\alpha \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{px}(\theta) \\ T_{py}(\theta) \\ T_{pz}(\theta) \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} \frac{R\cos\theta}{(1+\cos^2\theta\tan^2\alpha)^{1/2}} - R\cos\alpha \\ \frac{R\sin\theta}{(1+\cos^2\theta\tan^2\alpha)^{1/2}} \\ \frac{-R\cos\theta\tan\alpha}{(1+\cos^2\theta\tan^2\alpha)^{1/2}} + R\sin\alpha \end{bmatrix} \\ \theta \in & [-\pi, \pi] \end{aligned} \quad (5)$$

2.2 在空间坐标系下的参数方程

已知 $P(x_p, y_p, z_p)$, $\mathbf{n}(n_x, n_y, n_z)$, $\lambda_{\min}(\lambda_{1x}, \lambda_{1y}, \lambda_{1z})$, $\lambda_{\max}(\lambda_{2x}, \lambda_{2y}, \lambda_{2z})$, 将局部坐标系变换到空间坐标系的矩阵为

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \lambda_{1x} & \lambda_{2x} & n_x & x_p \\ \lambda_{1y} & \lambda_{2y} & n_y & y_p \\ \lambda_{1z} & \lambda_{2z} & n_z & z_p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

根据式(5)和式(6),在空间坐标系下,刀具环心圆曲线的参数方程矩阵为

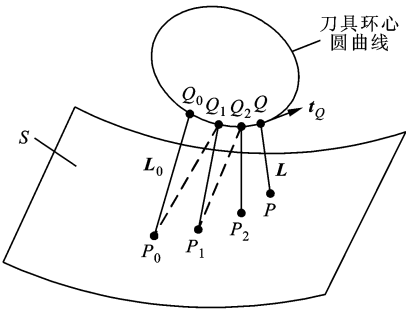
$$\begin{bmatrix} T'_p(\theta) \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} T_p(\theta) \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{1x} & \lambda_{2x} & n_x & x_p \\ \lambda_{1y} & \lambda_{2y} & n_y & y_p \\ \lambda_{1z} & \lambda_{2z} & n_z & z_p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{R \cos\theta}{(1 + \cos^2\theta \tan^2\alpha)^{1/2}} - R \cos\alpha \\ \frac{R \sin\theta}{(1 + \cos^2\theta \tan^2\alpha)^{1/2}} \\ \frac{-R \cos\theta \tan\alpha}{(1 + \cos^2\theta \tan^2\alpha)^{1/2}} + R \sin\alpha \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

3 空间曲线曲面的最小距离算法

对于刀具环心圆曲线,不同的 α 值决定了不同的参数方程,也就决定了不同的刀位. 刀具在初始定位情况下,刀具环心圆曲线上离 S 最近的是点 P ,随着 α 的减小,刀具环心圆曲线开始与 S_2 发生干涉,此时需要通过计算干涉量来判断是否已经达到最优刀位,而计算干涉量则需要先计算出刀具环心圆曲线到 S 的最小距离. 实际上,假定刀具环心圆曲线到 S 的最小距离为 $l_{\min}$,则刀具环心圆曲线对 S_2 的最大干涉量为

$$d_{\max} = r + h - l_{\min} \quad (8)$$

因此,干涉量的求取问题就转变为求空间曲线曲面最小距离的问题. 陈丽萍等^[11]从极值距离的几何条件出发,先采用赋范投影的算法迭代求取极值距离,然后与可能的边界距离值进行比较,从而得到曲线和曲面的最短距离,但是这种算法对于比较复杂的曲线来说可能会出现发散,因此不能满足本文提出的多点刀位算法的要求. 龚堰珏等^[12]充分利用了曲线曲面的几何性质,用一种改进的迭代算法求曲线曲面的最小距离,算法更易收敛且效率很高. 本文利用空间点到曲线、点到曲面的最小距离算法改进了原有赋范投影算法(见图 2).



P_0, P_1, P_2, P : 曲面 S 上的点; Q_0, Q_1, Q_2, Q : 刀具环心圆曲线上的点; t_Q : 切矢量; L : P 到 Q 的距离向量; L_0 : P_0 到 Q_0 的距离向量

图 2 改进的曲线曲面最小距离算法示意图

设 $t_{Q_0}, t_{Q_1}, t_{Q_2}$ 和 t_Q 分别代表圆曲线在点 Q_0, Q_1, Q_2 和 Q 处的切矢量, t_0, t_1, t_2 和 t 分别为圆曲线在点 Q_0, Q_1, Q_2 和 Q 处的参数. 算法的具体实现步骤如下.

步骤 1 计算初始迭代点,将刀具环心圆曲线离散为 24 个点,利用点到曲面的最小距离算法分别求各点到曲面的距离,将距离最小的曲线曲面上的点位信息作为初始迭代信息.

步骤 2 考虑求 P_0 到刀具环心圆曲线的最小距离问题,将 Q_0 看作曲线上的初始迭代点, Q_1 为曲线上的下一个迭代点,则容易得到曲线参数的增量计算公式

$$\Delta t = - \frac{L_0 \cdot t_{Q_0}}{|t_{Q_0} \cdot t_{Q_0}|} \quad (9)$$

步骤 3 根据式(9)可以得到新的参数 $t_1 = t_0 + \Delta t$,从而容易得到曲线上的新迭代点 Q_1 和新的切向量 t_{Q_1} . 利用点到曲面最小距离算法,可以得到 Q_1 在曲面上的投影点 P_1 .

步骤 4 再次考虑求 P_1 到曲线的最小距离问题,此时 Q_1 为曲线上的初始迭代点, Q_2 为曲线上的下一个迭代点,重复步骤 2 和步骤 3,得到新的迭代信息,即 Q_2, P_2, t_{Q_2} 和 t_2 .

经过若干次迭代,当 $|\Delta t| < 10^{-6}$ 时即停止迭代,此时当曲线上的点收敛于 Q 时,矢量 L 垂直于曲线在点 Q 处的切向量 t_Q ,同时 P 为 Q 在曲面上的投影,因此 L 的长度即为算法所求的最短距离. 对不同的 α ,利用求曲线曲面的最小距离算法可以得到相应的最大干涉量. 当最大干涉量满足精度要求时,可以得到所求刀位,实际上在该刀位下,刀具环心圆曲线与 S_1 至少在一点处达到切触.

刀位信息包括刀心点坐标 t_p 及刀轴矢量 t_a ,在局部坐标系中有空间刀心点坐标 $O(-R \cos\alpha, 0, R \sin\alpha)$ 及刀轴矢量 $n_t(\sin\alpha, 0, \cos\alpha)$,通过坐标变换容易得到空间坐标系下所求的刀位信息.

4 算法实例分析

如图 3 所示,双参数凹曲面^[8]的参数方程如下

$$\left. \begin{aligned} x &= -94.4 + 88.9v + 5.6v^2 \\ y &= -131.3u + 28.1u^2 \\ z &= 5.9(u^2v^2 + u^2v) - 3.9uw^2 + 76.2u^2 + 6.7v^2 - 27.3uw - 50.8u + 25v + 12.1 \end{aligned} \right\} \quad u, v \in [0, 1] \quad (10)$$

采用 C 语言编程来实现多点刀位算法,在 PC

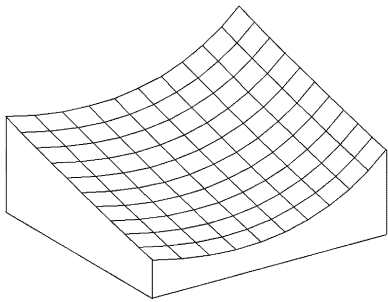


图 3 参数凹曲面示意图

机(主频 1.4 MHz,内存 384 MB)上进行运算,取 $R=7.937\ 5\ \text{mm}$ 、 $r=4.762\ 5\ \text{mm}$ 、 $h=5\ \mu\text{m}$,并用等参数线法进行刀轨排列.由于曲面上各点处最小主曲率方向与曲面 v 方向参数线的夹角非常小,为了获得较好的加工效果,沿着 v 方向走刀, α 的初值为 9° .表 1 给出了部分曲面加工的刀位信息.

由表 1 可以看出,决定刀位的角度都是比较小的,一般位于 $3^\circ\sim 8^\circ$ 内.另外还容易看出,在保证加工精度为 $5\ \mu\text{m}$ 的条件下,采用这种算法可以获得比较高的计算效率,每个刀位的计算耗时大概为 $27.3\ \text{s}$,比加工精度为 $20\ \mu\text{m}$ 下的 Hermite 算法和割线法耗时要少得多.

如图 4 所示,根据刀位算法,当 $t=0$ 时,加工误差 $\delta=5\ \mu\text{m}$.同时可以看出,算法可以保证圆环面刀具与理想曲面至少在一点处达到真正意义上的切触,在另一个切触点处却存在一定误差,这是由算法

原理以及曲面的几何不对称性造成的.实际上 δ 要小于 h ,且很容易被 h 控制,因此并不影响刀具与曲面在该刀位处可以获得较大的切削宽度.经计算,在 $u=v=0.5$ 的刀位处, $h=5\ \mu\text{m}$ 的有效切削宽度约为 $8.93\ \text{mm}$.

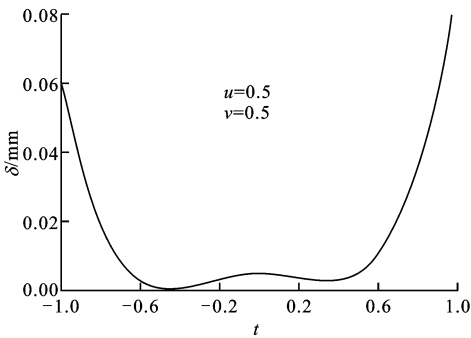


图 4 加工误差分布曲线

5 结 论

(1)本文针对圆环面刀具加工的开阔自由凹曲面,提出了一种新的多点刀位算法,并通过算例验证了该算法比以往的多点刀位算法具有更高的计算效率.

(2)改进后的求曲线曲面最小距离的几何迭代算法,具有稳定易收敛同时效率高的特点,将此应用到多点刀位算法中,可以较好地避免刀头与曲面间发生局部过切.

表 1 曲面加工的部分刀位信息

u	$\alpha/(^\circ)$	t_p/mm			t_a			t_c/s
		x	y	z	x	y	z	
0.1	3.042	-57.545 1	-13.099 5	23.500 9	-0.220 8	-0.361 4	0.905 9	30
0.2	3.942	-57.511 4	-25.074 8	19.674 6	-0.189 1	-0.269 3	0.944 3	29
0.3	5.004	-57.465 9	-36.365 6	17.452 9	-0.153 0	-0.156 7	0.975 7	28
0.4	6.120	-57.401 0	-46.956 0	16.789 3	-0.113 7	-0.023 3	0.993 2	28
0.5	7.020	-57.311 1	-56.861 1	17.606 5	-0.075 6	0.127 2	0.989 0	21
0.6	7.416	-57.199 4	-66.148 7	19.834 8	-0.044 0	0.286 0	0.957 2	19
0.7	7.182	-57.078 6	-74.923 5	23.463 0	-0.022 3	0.440 5	0.897 5	26
0.8	6.462	-56.963 5	-83.270 2	28.556 8	-0.009 8	0.578 4	0.815 7	28
0.9	5.382	-56.863 9	-91.228 8	35.196 1	-0.006 1	0.692 2	0.721 7	31
1.0	4.248	-56.783 2	-98.773 6	43.465 4	-0.006 8	0.780 3	0.625 4	33

注: t_c 表示刀位的平均计算时间.

(3)在今后的研究中,将发展运用刀轴矢量调整算法,使得最小主曲率方向两侧的干涉量几乎相同,以保证刀具与理想曲面在2个切触点上几乎没有加工误差的存在,让加工后的残余高度更为均匀,从而进一步提高曲面的加工质量。

参考文献:

- [1] VICKERS G W, QUAN K W. Ball-mills versus end-mills for curved surface machining [J]. Journal of Engineering for Industry, 1989,111(22):22-26.
- [2] RAO N, BEDI S, BUCHAL R. Implementation of the principal-axis method for machining of complex surfaces [J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 1996,11(4):249-257.
- [3] WANG Xiaochun, LI Yanbin, GHOSH S K, et al. Curvature catering—a new approach in manufacturing of sculptured surface, part 1: theorem [J]. Journal of Materials Processing Technology, 1993,38(1/2):159-176.
- [4] WANG Xiaochun, LI Yanbin, GHOSH S K, et al. Curvature catering—a new approach in manufacturing of sculptured surface, part 2: methodology [J]. Journal of Materials Processing Technology, 1993,38(1/2):177-194.
- [5] WARKENTIN A, BEDI S, ISMAIL F. 5-axis milling of spherical surfaces [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 1995,36(2):229-243.
- [6] WARKENTIN A, ISMAIL F, BEDI S. Intersection approach to multi-point machining of sculptured surfaces [J]. Computer Aided Geometric Design, 1998,15(6):567-584.
- [7] WARKENTIN A, ISMAIL F, BEDI S. Multi-point tool positioning strategy for 5-axis machining of sculptured surfaces [J]. Computer Aided Geometric Design, 2000,17(1):83-100.
- [8] WARKENTIN A, ISMAIL F, BEDI S. Comparison between multi-point and other 5-axis tool position strategies [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2000,40(2):185-208.
- [9] ENGELI M, WALDVOGEL J, SCHNIDER T. Method for processing work pieces by removing material; US, 6485236 B1[P]. 2002-11-26.
- [10] 王瑞秋,陈五一. 多点切触加工的割线法 [J]. 机械工程学报, 2006,42(7):203-206.
WANG Ruiqiu, CHEN Wuyi. Secant algorithm in multi-point contact machining [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006,42(7):203-206.
- [11] 陈丽萍,陈燕,胡德金. 一种快速完备的自由曲线和曲面间最短距离求取算法[J]. 上海交通大学学报, 2003,37(S0):41-44.
CHEN Liping, CHEN Yan, HU Dejin. A high-efficiency algorithm to calculate the shortest distance between free-form curve and free-form surface [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2003, 37(S0):41-44.
- [12] 龚堰珏,负敏,王小椿. 自由曲线曲面距离迭代算法的研究及其可视化处理 [J]. 小型微型计算机系统, 2003,24(12):2306-2308.
GONG Yanjue, YUN Min, WANG Xiaochun. Iterative algorithm of distance between free curve and surface and its visualization [J]. Mini-Micro Systems, 2003,24(12):2306-2308.

[本刊相关文献链接]

- CE-Bézier 可展曲面的设计与形状调整. 西安交通大学学报, 2010,44(3):47-51.
- 一种三维切削网格上的 N-S 方程离散方法. 西安交通大学学报, 2010,44(5):15—20
- 采用 R_* -tree 的三角网格曲面非均匀精简算法. 西安交通大学学报, 2008,42(9):1179-1183.
- 基于最少控制点的非均匀有理 B 样条曲线拟合. 西安交通大学学报, 2008,42(1):73-77 .
- 一种针对非均匀有理 B 样条曲面的碰撞检测算法. 西安交通大学学报, 2007,41(4):389-392.

(编辑 管咏梅)